要約

材料プロセスの例として、FZ 法による結晶成長の 動作ダイナミクスの予測に混合ガウス回帰を用い た。わずか5つの実例の軌道から、線形回帰やニ ューラルネットワークを用いるより高精度で混合 ガウスモデルを用いた動作ダイナミクスをうまく 予測した。今回の結果は、混合ガウス回帰は安定 した動作状況から大きく変化しない方が望ましい 材料プロセスの動作ダイナミクスの予測によく合 っていることを示している。さらに、混合ガウス 回帰による正確な予測は動作軌道の最適化や材料 プロセスの自動制御につながる。



1. イントロダクション

インフォマティクスの発展と適用は、材料プロセ スの新時代の先触れとなっている。材料プロセス はベイズ最適化、ニューラルネットワークなどの インフォマティクスにおける様々なアルゴリズム を用いることで改良、自動化、あるいは効果的な 最適化がされている。例えば材料プロセスへベイ ズ最適化を適用することで最適化のための試行回 数を減少させ、高効率でより良い結果を出す動作 状況を提案する。またニューラルネットワークに よる材料プロセスの代理モデリングは、最適な状 況を効率的に探索する。ほとんどの材料プロセス ではパラメータが独立して与えられ、一つの入力 パラメータのセットに対して一つの出力がされる のにもかかわらず、材料プロセスには動作中に得 られる情報に従って手動で操作するものがある。 例えば、optical floating-zone (FZ)法では操作者が 炉内の溶融物の状態をカメラでモニターし、単結 晶の成長に適した状態を保つように入力パラメー タを変更する(FZ 法による結晶成長の詳細は後に 説明する)。この場合、今まで行われていたベイズ 最適化を用いるには数多くの試行を必要とし、ニ ューラルネットワークによる代理モデルを構築す るには大量のシミュレーション結果が必要である。 ロボット工学、化学工学、航空宇宙工学などの研 究分野では、軌道最適化が様々な研究手法の発展 のために長く研究されている。一般に、軌道最適 化は実演実験からシステムの動作状態を予測する ことから始まる。この研究では、工業における材 料プロセスの操作軌道の特徴を考慮した混合ガウ ス回帰(GMR)を用いる例として、集光式 FZ 法に よる結晶成長の動作の研究を行った。

2. FZ 法とその軌道の特徴

るつぼを使わない FZ 法は、他の物質と触れる溶 融帯を持たない高純度のシリコン単結晶を成長さ せる手段として発展した。直径 200mm までのシ リコンは誘電加熱を用いた FZ 法で製造され、半 導体の生産に使用される。シリコン結晶だけでな く半導体、金属、合金、金属間化合物、酸化物、ホ ウ化物、炭化物、ケイ化物など、特にこれらのうち 融点が高い結晶は集光式 FZ 法で生産される。図1 は典型的な集光式 FZ 法を行う機械の図と写真で ある。FZ 結晶成長プロセスは主に集光ミラーの前 面の穴から挿入されたカメラで監視される。2 つ の多結晶の棒が、楕円体のミラーの焦点で接する ように設置されている。ハロゲンあるいはキセノ ンのランプは、ミラーのもう一方の焦点の位置に



図 1 (a)は FZ 法の図解、(b)は典型的な FZ 法を行う機械 の写真(SCW-1、Cannon Machinery、日本)。

設置されている。光学 FZ 法ではまず、多結晶の棒 の先端を溶かして下の棒(種結晶)と上の棒(試料 棒)の間に浮遊帯(floating zone)と呼ばれる溶融物 を作る。その後試料棒と種結晶を下げて(あるいは ミラーを上げて)浮遊帯を上に移動させ、溶融物を 冷却すると種結晶で結晶が成長する。結晶成長の 間、棒を同方向あるいは反対の方向に一定の速度 で回転させる。操作者は、溶融物が途切れたり垂 れたりすることのないようランプのパワーや試料 棒の移動速度などの入力パラメータを制御する (種結晶の移動速度は結晶の成長速度と仮定され、 たいてい結晶成長の間は固定される)。ランプのパ ワーが低すぎると種結晶と試料棒の先端が潰れて 溶融物は簡単に分離する。一方でランプのパワー が高すぎると溶融物が表面張力による形を保つの が難しくなり、簡単に零れ落ちる。この状況で、操 作者は結晶の直径が最初は減少し(ネッキングという)、その後徐々に必要なサイズまで大きくなるよう形作ることで単結晶を作ろうとする。 操作者が溶融物の状態に従って入力パラメータを 制御する理由は、試料棒や種結晶の状態や形状、 クォーツ管、ハロゲンランプやその他の FZ 炉の 構成要素のわずかな差によって全く同じ操作軌道 でも得られる結果が異なるためである。入力パラ メータに対する溶融物の状態の反応がほとんど同 じであっても、溶融物の状態のわずかな差が堆積 して結果は操作ごとに徐々に変化する。これは監 視された状態に従って人間が手動で操作するほか の材料プロセスについても同様である。

FZ 法や他の監視された状態に従って手動で制御 される材料プロセスの軌道は、アルゴリズムに反 映するべき以下の特徴がある:

(1) 実験の回数(モデル構築のための操作軌道)が 限られている。

(2) それぞれの軌道は似通っており、限られたパ ラメータ空間で予測するのが効果的である。

FZ 結晶成長などの材料プロセスは概して準備に 長い時間がかかりビッグデータを生成するのは難 しいため、サンプルとなるデータを効率的に用い たアルゴリズムが必要になる。一方で、これらの 材料プロセスは特に大量生産において安定した操 作軌道から大きく逸れない方が良いため、すべて のパラメータ空間で軌道を予測する必要はない。 これらの材料プロセスの軌道の特徴を考慮すると、 混合ガウス回帰は実演実験で示された周辺のパラ メータ空間で効果的に非線形ダイナミクスを構築 できることがロボットの駆動に関する学習で実証 されているため、混合ガウス回帰を用いた軌道の 予測が良い選択である。

3. 学習のための FZ 結晶成長軌道の模倣

FZ 結晶成長の実際のダイナミクスは不明である ため、予測は与えられたダイナミクスによる FZ 結 晶成長のエミュレータを用いた仮想実験で確認し た。与えられたダイナミクスが実際の法則と矛盾 するかどうかは、予測の確認とは関連がないこと を明記する。まずはランプのパワー(P)、試料棒の 速度(u)と種結晶の速度(v)、を制御できる入力パ ラメータとして、溶融物の高さ(h)と成長した結晶 の直径(d)を以下のダイナミクスに従って決定し た:

$$h = aP \tag{1}$$

$$\frac{1}{2}h\dot{d} = vd_0 - ud \tag{2}$$

aは定数、 d_0 は試料棒の直径である。ここではPは 時間について独立であり、試料棒、溶融物、結晶の 体積は2次元の面積で表せると仮定している。(2) の左辺は溶融物の面積の時間微分であり、右辺は 試料棒が溶融物に変化することによる溶融物の増 加と溶融物が結晶に変化することによる溶融物の 減少を表している。hは時間について独立でPによ って決定されdは時間に依存し方程式(2)によって 決定される。一定値Pとuによる FZ 結晶成長の状 態はdとdで表せる。図2はFZ結晶成長とそのパ ラメータを図示したものと、GUI を用いたエミュ レータプログラムのスクリーンショットである。 このプログラムで FZ 結晶成長実験を模倣して入 出力パラメータの軌道を得ることができる。これ を事前に用いて、学習(訓練)に用いる軌道(#1~5) と実際の FZ 結晶成長実験のダイナミクスの確認 (テスト)に用いる軌道(#6~10)の 10 個の軌道を手 動で用意した。この研究では、試料棒の移動速度v とランプのパワーPを 1.0 で固定した。図 3 は以下 の結晶の形を目指した学習に用いる5つの軌道で ある。

(1) 最初の段階では(100 < t)、結晶の直径が試料

棒と同じになるように保つ(*d* = 1.0)。 (2) その後(100 < *t* < 300)、ネッキングプロセス に対応して直径を 0.1 に減少させる。 (3) ネッキングプロセスの後、(300 < *t* < 500)、 直径を 1.0 に増やす。 (4) 結晶成長が終わるまで、結晶の直径を 1.0 に 保つ(500 < *t* < 1000)。

軌道はエミュレータプログラムを使って手動で準 備されたためそれぞれ異なり、また上記の目標を 完全には満たしていない。

4. 混合ガウス回帰によるダイナミクスの予測

FZ 結晶成長のダイナミクスの予測のため、ロボットの駆動の非線形ダイナミクスを効率的に学習したと報告されている混合ガウス回帰を用いた。ここでは FZ 結晶成長を仮定した混合ガウス回帰による軌道の予測を説明した。時間(t + 1)での溶融物の状態である溶融物の高さと直径は $x_{t+1} = (h_{t+1}, d_{t+1})$ で表されるとし、これは時間tの溶融物の状態(x_t)とランプのパワー、試料棒と種結晶の速度からなる入力 $y_t = (P_t, u_t, v_t)$ で次のように決定されると仮定した:

$$\boldsymbol{x}_{t+1} = f(\boldsymbol{z}_t) \tag{3}$$

$$\mathbf{z}_t = (\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t) \tag{4}$$

関数*f*は局所的な線形の関数として以下のように 表した:

$$\boldsymbol{x}_{t+1} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{z}} \cdot \boldsymbol{z}_t + \boldsymbol{F}_0 \tag{5}$$

 $F_z \ge F_0$ はそれぞれ係数行列またはベクトルである。 線形回帰(LR)では、これらの係数は2乗和誤差が 最小になるようにzから独立して決定される。しか し混合ガウス回帰では、これらの係数は混合ガウ スモデルによって推定される。混合ガウスモデル



図 2 (a)は FZ 結晶成長モデルとパラメータの図解、(b)は GUI を用いたエミュレータプログラムのスクリーンショ ット。

は、実験軌道から構築された有限個のガウスカー ネルの非線形結合で表される関数である。混合ガ ウスモデルはn個のガウス要素の混合分布として、 現在の状態と入力、実験軌道を通して得る次の時 間の状態の同時分布 $P(\mathbf{z}_t, \mathbf{x}_{t+1})$ を定義する。k番目 のガウス要素は $G(\mathbf{z}_t, \mathbf{x}_{t+1} | \boldsymbol{\mu}^k, \boldsymbol{\Sigma}^k)$ (k = 1, 2, ..., n) で平均 $\boldsymbol{\mu}^k$ と共分散 $\boldsymbol{\Sigma}^k$ を用いて表せ、混合ガウス分 布は以下のようになる:



図 3 訓練用のエミュレータプログラムによって手動で準備された操作軌道。(a)は結晶の直径で(b)は試料棒の移動 速度。

$$P(\boldsymbol{z}_t, \boldsymbol{x}_{t+1}) = \sum_{k=1}^n \pi_k \, G(\boldsymbol{z}_t, \boldsymbol{x}_{t+1} | \boldsymbol{\mu}^k, \boldsymbol{\Sigma}^k) \qquad (6)$$

$$\boldsymbol{\mu}^k = (\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{z}_t}^k, \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{x}_{t+1}}^k) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\Sigma}^{k} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{z_{t}}^{k} & \boldsymbol{\Sigma}_{z_{t}x_{t+1}}^{k} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{x_{t+1}z_{t}}^{k} & \boldsymbol{\Sigma}_{x_{t+1}}^{k} \end{pmatrix}$$
(8)

 π_k は事前に値を決める。混合ガウス分布は EM ア ルゴリズムで実験軌道にフィットさせることで最 適化した。ここで μ^k 、 Σ^k 、 π_k の初期値を設定した。 μ^k 、 Σ^k の値には実験軌道の平均値と共分散を用い、 π_k は一様分布に従って設定した。 μ^k 、 Σ^k 、 π_k の値 は、EM アルゴリズムによって実証実験軌道にフ ィットするように最適化された。事後確率分布 $P(x_{t+1}|z_t)$ から推定される平均値を用いて、関数f を次のような線形ダイナミクスの非線形結合で推 定できる:

$$\boldsymbol{x}_{t+1} = f(\boldsymbol{z}_t) = \sum_{k=1}^n h^k(\boldsymbol{z}_t) \big(\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{z}}^k \cdot \boldsymbol{z}_t \qquad (9)$$

$$+ \boldsymbol{F}_0^k$$

ただし

$$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{z}}^{k} = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{x}_{t+1}\boldsymbol{z}_{t}}^{k} \left(\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{z}_{t}}^{k}\right)^{-1} \tag{10}$$

$$F_0^k = \mu_{x_{t+1}}^k - F_z^k \mu_{z_t}^k$$
(11)

$$h^{k}(\boldsymbol{z}_{t}) = \frac{P(\boldsymbol{z}_{t} | \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{z}_{t}}^{k}, \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{z}_{t}}^{k})}{\sum_{k=1}^{n} P(\boldsymbol{z}_{t} | \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{z}_{t}}^{k}, \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{z}_{t}}^{k})}$$
(12)

方程式(9)は、次の状態 x_{t+1} は EM アルゴリズムに よって最適化された混合ガウス分布と現在の状態 x_t と入力 y_t によって決定されることを示している。 パラメータ探索の結果、今回の研究では FZ 結晶 成長のダイナミクス予測に用いるガウス要素の数 をn = 50とした。

5. 結果と考察

エミュレータで準備した 10 の軌道のうち、5 つ (Train1~5)を用いて混合ガウスモデルを学習さ せ、他の5つ(Test1~5)を用いて確認を行った。図 4 は 5 つの実験軌道に最適化した混合ガウス分布 を示している。混合ガウス分布は実験軌道を覆う ように形成されており、実験軌道の近辺で実際の ダイナミクスを再現するガウス分布によって予測 されるダイナミクスを示唆している。幅が小さく 訓練軌道に過度にフィットしているガウス要素が あることを明記する。しかし、安定した操作軌道 の近辺で正確に予測するモデルを作ることを目的 としているためこの過学習は許容される。

図5は、混合ガウスモデル、線形回帰、ニューラ ルネットワークで予測した結晶の直径の軌道と、 実際の軌道とのそれぞれの絶対誤差を示している。 混合ガウスモデルは線形回帰、ニューラルネット



図 45つの訓練軌道と(**ν**,**d**,**d**)のパラメータ空間の操作軌 道に最適化された混合ガウス分布 。楕円は混合ガウス要 素の1標準偏差。

ワークよりもよく実際の軌道を再現している。結 晶成長の観点では、混合ガウスモデルを用いた予 測軌道は直径dがt = 400頃に負の数になっている Test4を除いては許容される。dが負の数になるこ とは、溶融物が分離することに対応する。ニュー ラルネットワークによる予測軌道の多くでは、t =150頃にdが減少した時やt = 400頃にdが増加し た時に実際の値からそれる傾向がある。また、dが 急激に増加する傾向があり、これは単結晶の品質 を低下させる。線形回帰による予測軌道は、混合 ガウスモデルによるものより差が大きいように見 える。

図 6 は混合ガウスモデルによる予測軌道の平均絶 対誤差(MAE)を示している。他の方法と比較して、 ガウス混合モデルはより正確に軌道を予測してい る。図 7 はあるタイムステップの値(*d*, *v*)から予測 された次のタイムステップの値*d*の相対誤差を、訓 練軌道とともに示している。相対誤差は方程式(2) から計算される次のタイムステップの値と混合ガ ウスモデルの差を用いて計算された。予測は十分 に正確であり、相対誤差は訓練軌道の周辺では



図 5(a)-(e)は予測軌道、(f)-(j)は混合ガウス分布、線形回帰、ニューラルネットワークと実際の軌道の、結晶直径の絶対 誤差。

0.01 以下である。FZ 結晶成長の操作軌道の非線形 局所ダイナミクスは、混合ガウスモデルによって 訓練軌道の周辺で正確に予測された。操作軌道が 訓練軌道に近いかどうかを厳密に定義することは 難しいが、直前の状態と混合ガウスモデルを用い て予測した軌道と実際の軌道を比較することで操 作中のダイナミクスの予測の正確性を知ることが できる。

今回の研究では、混合ガウス回帰が FZ 法の操作 ダイナミクスを予測するのによい方法であると実 証した。たった5つの操作軌道から、混合ガウス モデルは比較的高精度で FZ 結晶成長の実際の軌 道を予測することができる。今回の結果はエミュ レータプログラムによって作られた操作軌道を用



図 6 混合ガウスモデル、ニューラルネットワーク、線形回帰によ る予測軌道の平均絶対誤差。



図 7 訓練軌道に収まる現在の値*v*,*d*を用いて予測された 次のタイムステップの値*d*の相対誤差。

いて実証されたが、実際の FZ 結晶成長のダイナ ミクスもガウス混合モデルによってうまく予測さ れると考えられる。今回の実証は最適化された軌 道による FZ 結晶成長を含む材料プロセスの自動 化の第一歩である。

6. 結論

安定した操作軌道から大きくそれることを避ける べき材料プロセスの例として、FZ 結晶成長の予測 を混合ガウス回帰を用いて行った。混合ガウス回 帰は、5つの操作軌道からニューラルネットワー クや線形回帰よりよく FZ 結晶成長プロセスのダ イナミクスを予測する。単純なエミュレーション プログラムによる実験と複雑で確率的な実際の材 料プロセスの適用には未だ差があるが、今回の結 果は FZ 結晶成長プロセスの実際にダイナミクス の予測の実現可能性を示唆している。これは操作 軌道の最適化と材料プロセスの自動制御につなが る。